

## PCP vota contra o Programa do Governo dos Açores

O deputado do PCP no parlamento dos Açores, João Paulo Corvelo, anunciou que vai votar contra a proposta de Programa do Governo para os próximos quatro anos, considerando que não dá respostas “às dificuldades reais dos açorianos”.

“Muitos dos problemas sentidos pelos açorianos não são sequer abordados neste documento, o que mostra o enorme distanciamento do PS em relação à sociedade açoriana, às dificuldades reais dos açorianos e a sua vontade de continuar a enterrar a cabeça na areia, procurando passar a ideia de que não existe qualquer problema na região”, declarou o deputado comunista, em conferência de imprensa, na Horta, na ilha do Faial.

Para João Paulo Corvelo, a proposta de programa do Governo Regional, liderado pelo socialista Vasco Cordeiro, que será discutida na Assembleia Legislativa Regional entre quarta-feira e sexta-feira, “é um documento altamente generalista”, com capítulos preenchidos por “meras banalidades”, que permite manter a “total arbitrariedade”.

“O mesmo é verdade em relação a questões centrais para a região, como o desemprego, a precariedade, os baixos salários ou a pobreza, mostrando bem a diferença entre o discurso eleitoral do PS e a prática do seu Governo”, adiantou o parlamentar comunista.

O deputado único do PCP referiu ainda que o executivo de Vasco Cordeiro continua a recusar descer a taxa mais alta do Imposto sobre o Valor Acrescentado (IVA) nos Açores, aumentar o salário mínimo regional e a remuneração complementar dos funcionários públicos, ou reduzir os custos com a eletricidade.

João Paulo Corvelo comprometeu-se, por outro lado, a “combater sem descanso e sem quartel” os “múltiplos regimes de precariedade” laboral promovidos pelos executivos socialistas, considerando tratar-se de um exemplo de “moderna escravatura” que “o PS inventou para explorar” os trabalhadores açorianos.

“Vamos, por isso, lutar por aliviar as dificuldades cada vez maiores das famílias açorianas, por salários dignos para quem trabalha, pela criação de emprego, pelo combate à pobreza e à exclusão social que as políticas do PS têm feito aumentar desmedidamente na nossa região”, insistiu o deputado do PCP.

O parlamentar, eleito pelo círculo eleitoral das Flores, prometeu também ser a voz da sua ilha no parlamento regional, assumindo o compromisso de denunciar os problemas e apoiar “todas as propostas, independentemente de onde vierem”, que sejam consideradas “positivas para os florentinos”.

Foto:PCP



## Vamos combinar!



**Por: Helena Sousa Melo**  
helena.fs.melo@ua.pt  
Professora do Departamento de Matemática e Estatística  
Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade dos Açores

A palavra “combinar” pode ter vários sentidos. Pode significar juntar, reunir, misturar, dispor, calcular, comparar, como por exemplo: no sentido de juntar, misturar – “Vamos criar um agridoce, vamos combinar mel com vinagre”; no sentido de ajustar, pactuar – “A Maria vai combinar um passeio com o João”; no sentido de condizer, harmonizar-se, estar de acordo – “Estas cores combinam muito bem”, ou “Este sapato não combina com este vestido”, etc.. O termo “combinar” vem do latim “combinare” que quer dizer “juntar duas coisas, reunir”. Em Matemática utilizamos esse termo para obter as possíveis associações entre os elementos de determinados conjuntos, efetuando uma análise ou um cálculo combinatorio, ou para saber quais são os resultados possíveis em uma experiência.

Por exemplo, se considerarmos o lançamento de um dado normal, um cubo com seis faces numeradas de 1 até 6, o número possível de resultados é seis. Porém, se considerarmos o lançamento de três dados, vamos obter mais do que seis resultados, que podem ser distintos, ou não. Ou seja, se considerarmos cada um dos dados com uma cor diferente, por exemplo, azul, vermelho e amarelo, e num lançamento obtivermos no dado azul, 6, no dado vermelho, 3, no dado amarelo, 4, e em outro lançamento, obtivermos no dado azul, 4, no dado vermelho, 6, no dado amarelo, 3, podemos considerar, se considerarmos as cores, esses dois resultados diferentes, ou podemos considerar o mesmo resultado, se observarmos apenas os valores em cada dado e não a sua cor. Por isso, a “combinatória”, que estuda as coleções finitas de objetos que satisfazem determinados critérios, preocupa-se com a “contagem” de objetos e com as “estruturas algébricas” que esses objetos possam vir a ter.

A análise combinatoria é um ramo da matemática que apesar de ter as suas origens muito antigas, ficou mais divulgada a partir do início do século XX com os trabalhos de alguns matemáticos, tais como o matemático britânico Percy Alexander MacMahon (26/09/1854 – 25/12/1929), o matemático italiano, naturalizado estadunidense, Gian-Carlo Rota (27/04/1932 – 18/09/1999), o matemático húngaro, Paul Erdős (26/03/1913 – 20/09/1996), entre outros, e antes desses, podemos citar os matemáticos Blaise Pascal (1623 – 1662), Pierre Fermat (1601 – 1655), Jacob Bernoulli (1654 – 1705), Pierre Laplace (1749 – 1827), e muitos mais, que para além de enriquecerem a história da análise combinatoria, deram muito do seu contributo à história da teoria das probabilidades.

A análise combinatoria estuda as configurações, que é uma maneira de escolher e de dispor certos objetos de acordo com determinados critérios. Há dois critérios principais: o que considera se a ordem de disposição é, ou não, importante, e o que pondera se os objetos podem, ou não, repetir-se. Nesse seguimento, há, em geral, seis tipos de configurações elementares, nomeadamente, as combinações, os arranjos e as permutações, que podem ser com ou sem repetição, e que serão descritas mais adiante.

Para efetuar uma simples contagem de resultados na combinatoria recorremos a um “diagrama de árvore”. O diagrama da árvore é um método de contagem com enumeração direta. Apesar de ser simples, pode ser muito trabalhoso se tivermos uma questão complexa com muitas hipóteses e elementos envolvidos.

Apresentamos na imagem um exemplo do “diagrama da árvore” envolvendo o lançamento sucessivo de uma moeda por quatro vezes. Os resultados de um lançamento serão dois: cara (F) ou coroa (C). Assim, num primeiro lançamento podemos ter cara ou coroa, num segundo lançamento, podemos ter novamente ou cara ou coroa, que associado ao primeiro resulta nas seguintes combinações: FF, FC, CF e CC, sendo que a primeira letra corresponde ao primeiro lançamento e a segunda letra corresponde ao segundo lançamento. Se considerarmos três lançamentos sucessivos temos: FFF, FFC, FCF, FCC, CFF, CFC, CCF e CCC, e com quatro lançamentos sucessivos obtemos: FFFF, FFFC, FFCC, FCFF, FCFC, FCCF, FCCC, CFFF, CFFC, CFCF, CFCC, CCFF, CCFC, CCCC e CCCC. O diagrama da imagem tem dezasseis terminais que corresponde aos quatro lançamentos. Assim, notamos que o diagrama da árvore permite-nos observar e enumerar os dezasseis resultados possíveis.

No início deste artigo, comentamos que podemos considerar, ou não, as repetições obtidas numa determinada ex-

periência. Assim, podemos ter as combinações e os arranjos com, ou sem, repetição. Em geral, uma combinação é uma forma de selecionar determinado número de objetos, entre um conjunto de objetos, sem a preocupação de uma ordem. Por sua vez, um arranjo é uma forma de selecionar e também de ordenar determinado número de objetos, entre um conjunto de objetos. Quando envolvemos todos os objetos de um conjunto, temos então uma permutação.

Vejamos quais os tipos de combinações que podemos ter.

Temos as combinações simples, de  $n$  elementos, agrupados  $p$  a  $p$ , em que não é permitida a repetição, onde o conjunto dispõe de um número de elementos distintos igual a  $n$  e o objetivo é formar subconjuntos com um número de elementos igual a  $p$ . Então  $p$  é o número de elementos em cada configuração em que a repetição não é permitida. Por exemplo, de um grupo de 10 pessoas, pretendemos constituir uma comissão com 6 membros, em que as tarefas não estão definidas. Então, de quantos modos podemos obter a referida comissão? Ora, como os membros da comissão não possuem tarefas definidas, as diferentes ordenações pelas quais os elementos são escolhidos não originam novas comissões. Assim, o número de maneiras de formar a comissão é dado pela simples combinação de 10 elementos, 6 a 6, ou seja,  $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5$  dividido por  $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ , pois esse divisor garante que não haja elementos repetidos. Logo, há 210 possibilidades de formar uma comissão de 6 membros, entre 10 pessoas, sem haver repetições.

Também há as combinações completas, de  $n$  elementos, combinados  $p$  a  $p$ , onde é permitida a repetição. Nesse caso, o conjunto possui um número igual a  $n$  elementos e queremos formar subconjuntos com um número igual a  $p$  elementos. Por exemplo, do mesmo grupo de 10 pessoas, pretendemos constituir uma comissão com 6 membros, mas agora as tarefas estão bem definidas e são distintas. Então, de quantos modos podemos obter a referida comissão? Ora, como os membros da comissão possuem tarefas previamente definidas, a ordem de seriação origina novas comissões. Assim, o número de maneiras de formar a comissão de 6 membros é dada pela combinação dos 10 elementos, onde escolhido um membro, deverá haver a reposição dos elementos 5 vezes, ou seja, é como se estivéssemos a formar comissões de 6 membros possuindo 15 membros para a escolha, em virtude da repetição. Por outras palavras, devemos efetuar  $15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10$  dividido por  $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ , que apesar de ser um divisor que garante que não haja elementos repetidos, a repetição já foi contemplada com a adição de  $(6-1)$  pessoas ao conjunto inicial de pessoas. Então, há 5005 possibilidades de formar uma comissão de 6 membros, entre 10 pessoas, havendo repetições.

Outro exemplo para ilustrar melhor este caso. Suponhamos agora que seja 15, o número de pessoas para formar uma comissão de 9 membros e com atribuições distintas de tarefas. Então,  $15+9-1$  será o número considerado para garantir que a ordem de seriação seja observada, obtendo-se 817190 possibilidades, que corresponde ao quociente da divisão de  $23 \times 22 \times 21 \times 20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16 \times 15$  por  $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ .

Vejamos agora quais os tipos de arranjos que podem existir.

Há os arranjos simples, de  $n$  elementos, combinados  $p$  a  $p$ , em que não é permitida a repetição. Nesse caso, o conjunto possui um número igual a  $n$  elementos e queremos formar subconjuntos com um número igual a  $p$  elementos, cuja ordem é considerada. Por exemplo, queremos saber quantos numerais de três algarismos distintos existem. O conjunto em questão, dos algarismos, possui 10 elementos:  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . Observamos que o algarismo 0, não pode iniciar nenhum arranjo dos números pretendidos pois 023 é igual a 23, um número com apenas dois algarismos. Assim, para a ordem da centena, temos 9 algarismos candidatos. Para a ordem da dezena, o 0 já pode figurar, no entanto, como queremos que os numerais sejam distintos, só temos 9 hipóteses, pois retiramos o algarismo que foi utilizado na ordem da centena. Para a ordem da unidade, consideramos apenas 8 possibilidades, pois retiramos do conjunto dois algarismos que foram utilizados na ordem da centena e na ordem da

dezena. Logo, a quantidade de numerais de três algarismos distintos é  $9 \times 9 \times 8$ , isto é, 648 numerais.

Há os arranjos completos, de  $n$  elementos, combinados  $p$  a  $p$ , em que a repetição é permitida. Nesse caso, o conjunto possui um número igual a  $n$  elementos e queremos formar subconjuntos ordenados com um número igual a  $p$  elementos. Por exemplo, queremos saber quantos numerais de três algarismos existem. Análogo ao exemplo anterior, o conjunto considerado é  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  e do mesmo modo, o algarismo 0 não pode iniciar nenhum desses arranjos. Assim, para a ordem da centena, temos 9 algarismos candidatos, para a ordem da dezena, e como pode haver repetição, temos 10 hipóteses, e para a ordem da unidade há também 10 possibilidades. Logo, a quantidade de numerais de três algarismos é igual a  $9 \times 10 \times 10$ , ou seja, 900 numerais.

Finalmente as permutações. Essa também podem ser simples ou completas. Nas permutações simples de  $n$  elementos, aplicamos o mesmo conhecimento dos arranjos simples de  $n$  elementos, agora combinados  $n$  a  $n$ , em que não consideramos as repetições. Assim, as permutações simples com  $n$  elementos indicam o número de maneiras em que podemos ordenar os elementos, ou seja,  $n(n-1)(n-2)(n-3) \dots 4 \times 3 \times 2 \times 1$ . Por exemplo, de quantas maneiras diferentes podemos colocar 6 livros numa prateleira de uma estante? A resposta é igual a permutação de 6 elementos que corresponde a  $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ , isto é, 720 maneiras diferentes.

No caso das permutações completas de  $n$  elementos em que é permitida a repetição, o número de permutações completas é uma potência de base  $n$  e expoente  $n$ . Por exemplo, dado o conjunto das cinco vogais, quantos anagramas podemos formar? A solução é igual a  $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$ , ou seja, 5 elevado a 5 que é igual a 3125, a quinta potência de base 5. Logo, podemos ter 3125 anagramas.

Vamos agora combinar!

A Maria tem um conjunto de 5 blusas, uma de cada cor, 3 pares de calças, com estampados diferentes e 4 sapatos. De quantos modos a Maria pode se vestir para sair usando cada um dos três artigos? Simplesmente  $5 \times 3 \times 4$ , isto é, a Maria pode vestir-se de 60 modos diferentes.

A Maria foi a uma loja de bombons e havia 15 tipos diferentes à sua escolha. Se ela opta-se por comprar 8 bombons, receberia um ao seu gosto, mas os bombons escolhidos tinham que ser diferentes. Quantas possibilidades de escolha a Maria teve? Quem chegou ao resultado de 6435 possibilidades, pensou bem.

Bons arranjos e combinações!

Foto:DR

